

第36回 理工学部門研究談話会

日時 : 令和 4年 1月26日(水) 13:30~14:30

方法 : Microsoft Teams によるオンライン配信

話題及び提供者

『複素力学系 繰り返すことで何が起きるか』

諸澤 俊介

『岩石学では“石”をどのように捉えているのか?』

川畑 博

教職員, 大学院生, 学生, 一般の方々のご参加もお待ちしております.

(お問い合わせ・お申し込み: 理工学事務室 gg03@kochi-u.ac.jp)

複素力学系 繰り返すことで何が起きるか

数学物理学科数学コース
諸澤 俊介

理工学部門研究談話会
2022年1月26日

ここでは、講演のアブストラクトではなく、複素力学系の簡単な歴史を書かせていただく。

一つの操作を繰り返して、何かを求めるという方法は古くから行われていた。例えば、紀元前の古バビロニア時代には $\sqrt{2}$ の近似値を求めるために繰り返すという手法が使われていた。また、16世紀には方程式の近似解を求めるためにニュートン、そしてラプソンにより方程式からニュートン関数と呼ばれる関数を定義し、その反復合成で近似解を求める方法が見出された。バビロニア人の手法は基本的にはニュートン・ラプソン法の2次方程式の場合である。ニュートン・ラプソン法をもう少しだけ詳しく述べておく。解きたい方程式のニュートン関数を $N(z)$ とする。関数 $N(z)$ の n 回の合成を $N^n(z)$ と書くことにする。適当な値 z_0 をとり、 $z_n = N^n(z_0)$ とする。この点列 $\{z_n\}$ の収束先が方程式の解である。しかし、一般に始点 z_0 を一つ決めたとしても、どの解に収束するかはわからないし、収束するかもわからない。

点列の収束の概念は関数列の収束の概念に19世紀末頃にアスコリ、アルツェラにより拡張されていく。そして、20世紀初頭にモンテルにより正規族の概念が確立される。領域 D 上の関数族 \mathcal{F} が正規族であるとは、 \mathcal{F} の各関数は D 上で定義されていて、 \mathcal{F} の任意の関数列に対して、適当なその部分列が D 上で広義一様収束するときをいう。1915年にパリ科学院は数理科学グランプリ懸賞問題として次のものを出した。「与えられた変換の無限回の反復合成において意味のある理論を完成させよ。始点や与えられた変換の影響を考慮せよ。最も簡単な場合、例えば一変数の有理関数に限っての考察でもよい。」この問題に対し、いくつかの重要な結果を示したのがジュリアとファトウであった。1920年代後半にはダンジョワ、ウォルフ、クレマー、ジーゲルらによって関連した研究が進められたが、徐々にその研究は下火となる。

1970年代から、再び複素力学系の研究が活発となる。一つにはコンピュータの発展である。反復合成は計算を繰り返すということだから、人力では大変であるが、コンピュータでは、当時であればやはり時間がかかったが、それなりに実行することができた。そして、その結果を絵として表すととても奇妙で綺麗な絵が現れた。それらは数学者だけではなく、多くの人たちを魅了するものであった。一方で数学的貢献をしたのは擬等角写像の概念であった。これを用いた手法はジュリアとファトウが残したいくつかの大きな問題を解決に導いた。1980年代には最も基本的である2次多項式 $P_c(z) = z^2 + c$ とそのパラメータ空間に現れるマンデルブロー集合の研究が盛んとなる。そこに現れた「HD2予想」は現在も未解決の重要な問題である。

岩石学では“石”をどのように捉えているのか？

川畑 博（地球環境防災学科）

故事やことわざでは、「石はかたくて重くて、じっとして動かないもの」としてしばしば登場します。こうした捉え方は、岩石学における石の捉え方と大きく違っています。岩石学では石を、長い時間をかけて地球表層～深部を巡り、おかれた環境（温度、圧力、酸素分圧など）に応じて変化する物質と捉えるからです。

石を使って研究を進める場合、偏光顕微鏡や電子顕微鏡を使って観察することが基本となります。しかし、石を化学の目で見ること欠かせません。化学の視点で石を捉える際に必要なものが、元素濃度や同位体比といった、化学組成の情報です。岩石や鉱物の化学組成を用いることで、岩石形成に関わった地質現象がいつ、どのような温度圧力条件で生じ、どのように進んでいったのか調べることができます。そして、これらの情報は、地殻・マンタルのなりたちに迫るための手がかりとなります。化学組成を活用した岩石成因の解析法を2つほどとりあげ、簡単に紹介する予定です。

※“石”という用語について補足します。岩石学では“石”を鉱物と岩石とに区分します。鉱物は、天然の結晶（原子が規則正しく並んだ固体）のことです。一方、岩石は鉱物の集合体を表します。岩石は、種類の異なる鉱物が集まってできていることが多いため、いろいろな粒が集まった混ぜご飯のおにぎりに例えることができます。